

Об универсальной причине возникновения дискретных состояний (рецензия на статью И.А. Мельника 'Универсальная причина в образовании дискретных состояний статистических распределений интенсивностей различной природы')

В.А. Панчелюга

Работа И.А. Мельника "Универсальная причина в образовании дискретных состояний статистических распределений интенсивностей различной природы" направлена на развитие формальной модели, описывающей формирование спектров дискретных состояний в скорости протекания процессов различной природы. Автор выдвигает гипотезу о существовании "... физического дальнедействующего поля неэлектромагнитной природы, распространяющегося в пространстве с определенной скоростью и влияющего на все исследуемые процессы вне зависимости от их энергий". Процесс взаимодействия такого поля с системой произвольной природы ("ядерно-физической, химической, биологической, геологической, производственно-финансовой и т.д.") при определенном соответствии скорости движения поля со скоростью преобразования элементов системы должен приводить к тому, что часть процессов в рассматриваемой системе становятся "резонансными", их интенсивности (амплитуды) увеличиваются, что, в конечном итоге, приводит к появлению дискретных, выделенных состояний в функциях распределения параметров, характеризующих скорости протекания процессов в рассматриваемой системе.

Таким образом, по мнению автора, интенсивность I некоторого процесса "внутри" системы будет пропорциональна

$$I \sim \frac{\Delta\tau}{\Delta t} \quad (1)$$

где $\Delta\tau$ - временной масштаб, характеризующий процесс внутри системы, а Δt - характерное время взаимодействия внешнего поля (или его носителей) с рассматриваемой системой.

Автор рассматривает различные соотношения между $\Delta\tau$ и Δt и после ряда построений (на наш взгляд

К.ф.-м.н., с.н.с., Институт теоретической и экспериментальной биофизики, г. Пущино; НИИ Гиперкомплексных систем и геометрии и физике, г. Фрязино, panvic333@yahoo.com

несколько искусственных) приходит к набору состояний, характеризуемых конечным множеством чисел, среди которых особую роль играет т.н. золотое сечение $\Phi = 1.618\dots$. Последнее обстоятельство позволяет предположить, что числа, составляющие найденное множество, являются иррациональными, но в рассматриваемой работе этот вопрос не исследуется. Мощностное полученное множество должно соответствовать числу дискретных состояний. Из приведенных в работе построений следует, что для систем любой природы во всех случаях должно наблюдаться одно и то же число дискретных состояний, что, на наш взгляд, не является бесспорным.

Вид (1) и то, что искомые дискретные состояния соответствуют "резонансным" отношениям между $\Delta\tau$ и Δt , позволяет рассмотреть предложенную автором задачу в более общем виде. Наше рассмотрение будет следовать в основных чертах работе [1] и опираться на два понятия: резонанса и грубости любой природной системы.

Как известно, резонансом называется такое отношение r частот двух колебаний p и q , которое выражается рациональным числом:

$$r = \frac{p}{q}, \quad p, q \in \mathbb{N}, \quad r \in \mathbb{Q} \quad (2)$$

где \mathbb{N} - множество натуральных чисел, а \mathbb{Q} - множество рациональных чисел. Если $r \in \mathbb{Q}'$, где \mathbb{Q}' - множество иррациональных чисел, резонанс невозможен. Легко видеть, что с точностью до обозначений выражение (2) совпадает с (1).

Приведенное определение резонанса, несмотря на его общепринятый, стандартный характер немедленно ставит нас перед следующим вопросом. Как известно, любая физическая система является "грубой" в том смысле, что значения ее параметров всегда подвержены неустранимым флуктуациям. Поэтому для реальной физической системы r не может соответство-

вать единственному рациональному числу, т.к. в силу флуктуаций параметров p и q , выбранное изначально рациональное отношение r невозможно выдерживать точно. С другой стороны, известно, что распределение иррациональных чисел на числовой оси всюду плотно и, следовательно, в окрестности любого рационального числа имеется бесконечно большое количество иррациональных чисел. В силу этого, малейшая флуктуация параметров физической системы приведет к нарушению условия $r \in \mathbb{Q}$ и, как следствие, к невозможности резонанса. Тем не менее, несмотря на грубость реальных физических систем, явление резонанса существует. Возникает вопрос, как этот факт согласуется с определением резонанса, как $r \in \mathbb{Q}$?

Второй вопрос, который, как будет показано в дальнейшем, тесно связан с первым и является его логическим следствием – почему в реальных физических системах резонанс легче возникает при таких r , для которых p и q малые числа?

В [2] была высказана идея, что рациональные и иррациональные числа распределены вдоль числовой оси неравномерно. Для исследования справедливости этой идеи предлагается использовать предложенную в [3] процедуру построения множества рациональных чисел \mathbb{Q} , как вполне упорядоченного множества вполне упорядоченных множеств, выстроенных в однозначно определенную систему и основанную на следующей цепной дроби:

$$\{Q_i^{a_i}\} = \frac{1}{a_1 \pm \frac{1}{a_2 \pm \frac{1}{\dots a_i \pm \frac{1}{\dots}}}} \quad (3)$$

где $a_1, a_2, \dots, a_i = \overline{1, \infty}, i \rightarrow \infty$. Выражение (3) дает рациональные числа, принадлежащие интервалу $[0, 1]$. Известно, что между интервалами $[0, 1]$ и $[1, \infty)$ существует взаимно однозначное соответствие, т.е. любые закономерности, полученные на основе (3) для $[0, 1]$ будут справедливы и для $[1, \infty)$. Для $i \rightarrow \infty$ выражение (3) дает:

$$\{Q_i^{a_i} | i \rightarrow \infty\} \rightarrow \mathbb{Q}. \quad (4)$$

Очевидно, что в случае (4) невозможно говорить о каком-либо распределении, т.к. рациональные числа расположены вдоль числовой оси всюду плотно. Условие $i \rightarrow \infty$ означает, что параметры p и q должны быть определены с бесконечной точностью, что, как уже отмечалось выше, невозможно. Поэтому, для реальных физических систем i должно быть ограничено. Рассмотрим, в качестве примера, случай $i = 3$:

$$\{Q_i^{a_i}\} = \frac{1}{a_1}, \quad i = 1, \quad a_1 = \overline{1, N} \quad (5)$$

$$\{Q_i^{a_i}\} = \frac{1}{a_1 \pm \frac{1}{a_2}} = \frac{a_2}{a_1 a_2 \pm 1}, \quad i = 1, 2, \quad a_1, a_2 = \overline{1, N}. \quad (6)$$

$$\{Q_i^{a_i}\} = \frac{1}{a_1 \pm \frac{1}{a_2 \pm \frac{1}{a_3}}} = \frac{a_2 a_3 \pm 1}{a_1 (a_2 a_3 \pm 1) \pm a_3}, \quad (7)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad a_1, a_2, a_3 = \overline{1, N}.$$

На рис. 1а) и рис. 1б) представлены результаты вычислений основанные на (5) и (6) при $N = 100$. Ограниченность графического разрешения не позволяет изобразить случай, описываемый выражением (7). На рис. 1с) показана функция распределения плотности рациональных чисел для $[0, 1]$. Как можно видеть, учет грубости физической системы приводит к наличию острых рациональных максимумов, показанных на этом рисунке.

Условие резонанса (2) нельзя понимать в том смысле, что резонанс – это единственная пара чисел p и q , отношение которых r выражается рациональным числом. В действительности одному и тому же рациональному числу соответствует, в общем случае, бесконечное множество пар p и q отношение которых равно r . Если предположить, что каждое натуральное число – это частота некоторого осциллятора, то мощность данного множества или класса эквивалентности для некоторого q дает число осцилляторов, которые будут с ним в резонансе.

Оценим, следуя [1], мощности классов эквивалентности. Для этого условие резонанса (2) для $p, q \in [1, \infty) \in \mathbb{N}$ представим в форме:

$$p \bmod q = 0 \quad (8)$$

Пусть $p > q$, тогда все q , удовлетворяющие условию (8) будут целыми делителями p . Выражение (8) при учете грубости физической системы: $p, q \in [1, N] \in \mathbb{N}$, где N – достаточно большое, но конечное натуральное число, позволяет оценить мощность классов эквивалентности для $q = \overline{1, N}$ (детали – см. [1]). Результаты соответствующих вычислений приведены на рис. 2.

Как можно видеть из рис. 2 а) мощность классов эквивалентности очень быстро уменьшается с ростом q . На рис. 2 б) представлена начальная часть зависимости, представленной на рис. 2 а), в увеличенном виде. Из рис. 2 а) очевидно, что мощность классов эквивалентности, отвечающих начальным числам натурального ряда, на порядки превосходит мощность классов эквивалентности для остальных чисел. Именно это обстоятельство, на наш взгляд, объясняет тот факт, что резонанс наиболее “охотно” возникает для таких q для которых p и q – начальные числа натурального ряда.

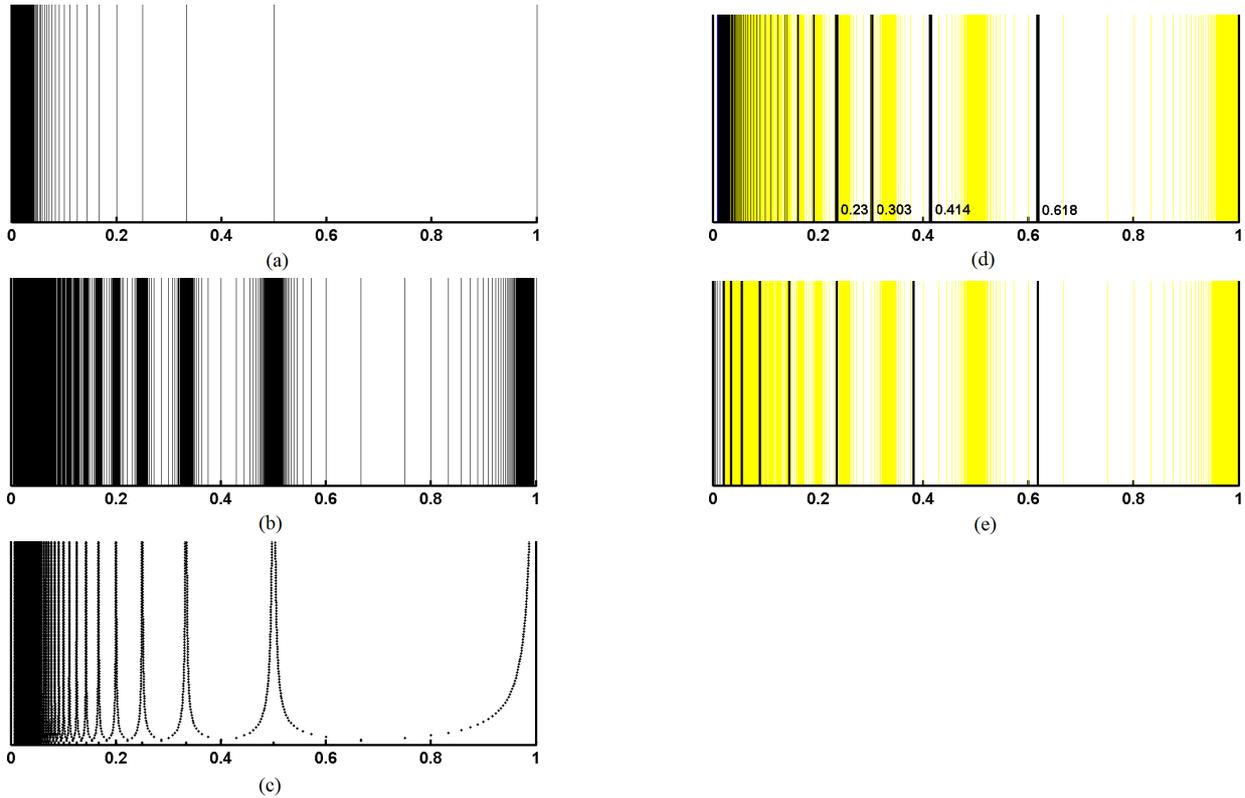


Рис. 1. Распределения рациональных а) – с) и иррациональных d) – e) чисел.

Аналогично представленным на рис. 1 рациональным максимумам можно рассмотреть задачу нахождения максимумов плотности иррациональных чисел. В отличие от рациональных максимумов, которым соответствует максимальное взаимодействие между частями некоторой системы, иррациональным максимумам, наоборот, соответствует минимальное взаимодействие, максимальная устойчивость системы, ее стабильность. В [2] высказано предположение, что иррациональные максимумы соответствуют минимумам в распределении плотности рациональных чисел. В этой работе обосновывается, что в роли “наиболее иррациональных чисел” можно использовать алгебраические числа, являющиеся корнями уравнения

$$\alpha^2 + \alpha b + c = 0. \tag{9}$$

Примем $c = -1$. Тогда

$$\alpha = \frac{1}{\alpha + b} = \frac{1}{b + \frac{1}{b + \frac{1}{b + \dots}}} = \frac{\sqrt{b^2 + 4} - b}{2}. \tag{10}$$

Бесконечная цепная дробь дает тем худшую аппроксимацию иррационального числа α чем меньше ее a_i компонента. Следовательно, наихудшая аппроксимация будет в случае $b = 1$:

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.6180339. \tag{11}$$

Случай (11) соответствует т.н. “золотому сечению”. Дальнейшие вычисления на основе (10) дают значение α_2 :

$$\alpha_2 = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}} = \frac{\sqrt{8} - 2}{2} = 0.4142135, \tag{12}$$

а также последующие значения:

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= 0.3027756, \\ \alpha_4 &= 0.2360679, \\ &\dots \end{aligned} \tag{13}$$

Результаты вычислений представлены на рис. 1 d). Желтые линии на этом рисунке соответствуют распределению рациональных чисел, приведенному на рис.1 b). Черные вертикальные линии соответствуют оценкам (10)-(13) для $b = \overline{1,4}$. Остальные линии соответствуют $b = \overline{5,100}$.

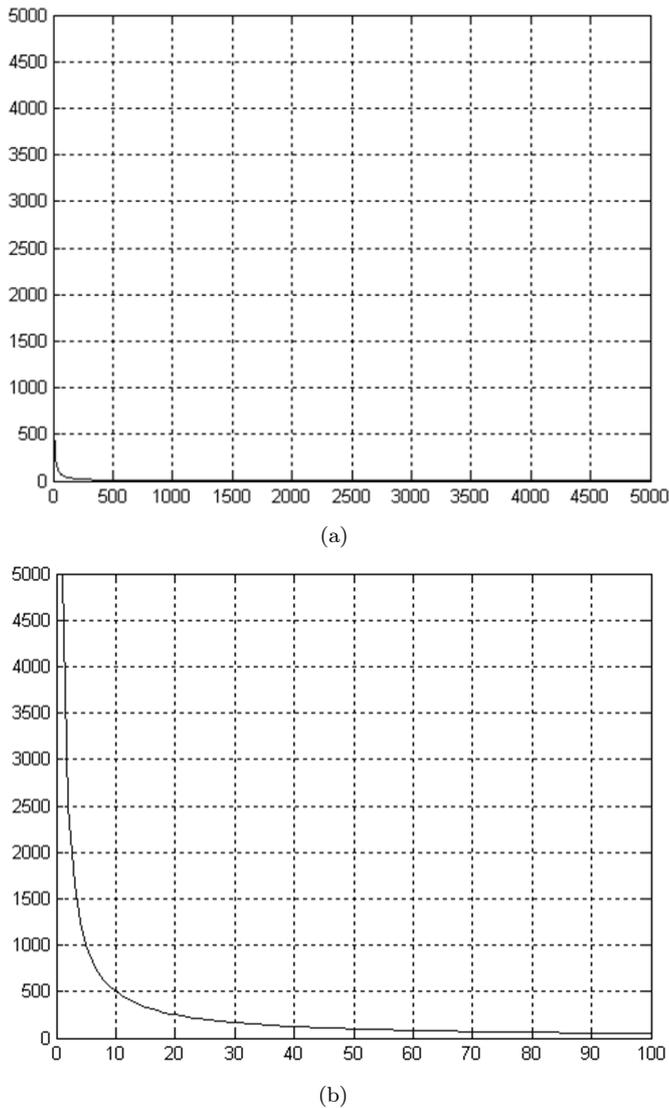


Рис. 2. Мощность классов эквивалентности для $N = 5000$; а) - увеличенная часть б) - соответствующая начальной части зависимости. Ось X: значения q ; ось Y: мощность классов эквивалентности.

Как следует из рис. 1 d), алгебраические числа с ростом b имеют тенденцию приближаться к рациональным максимумам. Этот результат говорит о том, что данные числа, в действительности, не являются лучшими кандидатами на роль “наиболее рациональных чисел”. На рис. 1 e) дан другой вариант построения иррациональных максимумов, основанный на т.н. обобщенной золотой пропорции [4]. Как можно видеть из рисунка, в данном случае результат также далек от желаемого. Можно отметить, что обе иррациональные последовательности, представленные на рис. 1 d) и рис. 1 e) начинаются с числа, соответствующего золотому сечению. Это же справедливо и для других последовательностей, имеющих в многочисленной литературе, посвященной золотому сечению.

Все результаты, описанные выше, основаны на понятиях резонанса и грубости физической системы. Эти

понятия в приложении к множеству действительных чисел приводят к двум, связанным между собой распределениям – рациональных и иррациональных чисел, имеющих самоподобный, фрактальный характер. Максимумы распределения рациональных чисел, рис. 1 b), соответствуют максимальной чувствительности системы к внешним воздействиям, максимальному взаимодействию между частями системы. Явление резонанса является более стабильным и возникает с большей легкостью, если отношения резонансных частот принадлежат одному из рациональных максимумов, и значения p и q – небольшие целые числа, расположенные в самом начале натурального ряда.

Минимумы в плотности распределения рациональных чисел соответствуют максимумам в плотности распределения иррациональных чисел. Иррациональным максимумам соответствует минимальная чувствительность к любым внешним воздействиям, минимальное взаимодействие между частями системы и максимальная стабильность ее структуры.

Мы полагаем, что оба рассмотренных выше распределения комплементарны друг другу и в приложении к анализу некоторой физической системы должны рассматриваться вместе, как единое распределение, две части которого описывают разные свойства одной и той же системы.

Идеи, подобные рассмотренным выше, использовались в работах [5]-[6], где, помимо прочего, рассмотрено большое количество примеров использования подхода аналогичного представленному выше для описания реальных физических систем. Так, автор работы [5], отталкиваясь от результатов, полученных при анализе цепных систем, развивает концепцию, названную им Global Scaling, основные выводы которой очень близки к представленным нами. В работах [7], [8] с использованием данной концепции анализируется распределение масс и орбитальных периодов небесных тел Солнечной системы. В [9] анализируются массы, радиусы, расстояния от Солнца, орбитальные периоды и периоды вращения небесных тел, а в [6] – массы и орбитальные периоды спутников Сатурна, Юпитера и Урана. В серии работ [10], [11], [12], [13] анализируются массы элементарных частиц и химических элементов. В работе [14] анализируются численные значения времен жизни возбужденных электронных состояний атомов H, He и Li, а также иона Li^+ . В [15] исследуется основное и возбужденные состояния атома водорода.

В статье [16] рассматриваются циклы, наблюдаемые в системах различной природы (геологических, астрономических, биологических) с периодами от 57.3 года до 1.64 млрд. лет. Авторы обнаружили синхронность в поведении проанализированных циклов, которая, по их мнению, предполагает общую причину астрономического происхождения. Наряду с синхронностью говорится о наличии самоподобной универсальной шкалы, причиной которой считается фрактальное распределение материи во Вселенной.

В работах [17], [18] проанализированы спектры ряда

природных процессов (колебания температуры поверхности Земли и геомагнитного поля, изменения ширины колец деревьев, урожайности сельскохозяйственных культур и т.д.), а также проведен спектральный анализ макроскопических колебаний параметров ряда природных процессов (скоростей биохимических реакций, скорости распада препаратов ^{239}Pu , размеров годовых колец деревьев, радиоизлучения Солнца ($\lambda=10.7$ см), годовых сумм осадков и приземных температур в заданных районах России и др.) на основе временных рядов, полученных в ИТЭБ РАН, ИРЭ РАН и других организациях. Временные интервалы исходных рядов менялись от сотен и десятков тысяч лет до часов и минут. Показано, что характерные частоты изученных в [17], [18] процессов образуют широкомасштабную, жестко детерминированную самоподобную иерархическую структуру, описываемую выражением, близким по форме к (6). Не только временные, но и пространственные размеры обнаруживают дискретные самоподобные распределения. Так, в работах [19], [20], [21] такие распределения показаны для размеров твердых отделностей как природного происхождения, так и получаемых в процессе дробления горных пород. В [22] фрактальные структуры прослеживаются на космологических масштабах.

Наличие выделенных состояний, отмечаемых в работах [5]-[22], которые формируют самоподобный спектр, при определенных условиях может приводить к появлению дискретных состояний в статистических распределениях интенсивностей процессов различной природы.

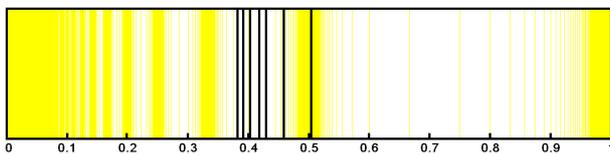


Рис. 3. Распределение рациональных максимумов (желтые линии) и дискретные состояния, приведенные в статье И.А. Мельника (черные линии).

В заключение мы хотели бы сравнить распределение, приведенное на рис. 1 б), с математическими ожиданиями экстремумов дискретных состояний в распределении интенсивностей различных процессов, вычисленными в работе И.А. Мельника и приведенными в Табл.1 этой работы. На рис. 3 дискретные состояния А.И. Мельника отмечены темными вертикальными линиями, на фоне более светлого распределения (желтые линии), которое соответствует распределению, показанному на рис. 1 б). Можно отметить, что большая часть дискретных состояний расположена в области иррационального максимума (минимальная резонансность, максимальная устойчивость структуры) и только одна линия совпадает с рациональным максимумом – состоянием максимальной резонансности.

Рис. 3 носит, скорее, иллюстративный характер и служит целям качественного сравнения подхода, развитого в работе И.А. Мельника, с подходом, представленным выше. Несмотря на то, что многие ключевые моменты обоих подходов практически совпадают, необходим дополнительный теоретический анализ для их корректного сравнения. На наш взгляд, такая работа была бы на пользу обеим моделям и служила бы их дальнейшему развитию.

По нашему мнению, поднятая в статье И.А. Мельника проблема поиска общих подходов к механизмам формирования спектров дискретных состояний в скорости протекания процессов различной природы является актуальной, по меньшей мере, по двум причинам. Первая - в настоящее время имеется не так много работ, в которых развивались бы теоретические модели, описывающие спектры дискретных состояний в системах различной природы. Поэтому любой шаг в этом направлении очень ценен. Вторая причина – развиваемая в работе модель доведена до практического применения, которое в статье проиллюстрировано на двух примерах. Т.е. автор дает готовый инструмент, который может быть использован другими исследователями в их практической работе. Особенно ценен такой инструмент при исследовании периодов в системах различной природы.

В силу сказанного выше, работа И.А. Мельника “Универсальная причина в образовании дискретных состояний статистических распределений интенсивностей различной природы” может быть рекомендована к опубликованию в ЖФНН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Victor A. Panchelyuga, Maria S. Panchelyuga. Resonance and fractals on real numbers set. *Progress in Physics*, 4:48–53, 2012.
- [2] Kyriil Dombrowski. Rational Numbers Distribution and Resonance. *Progress in Physics*, 1:65–67, 2005.
- [3] Хинчин А.Я. *Цепные дроби*. М., 1978.
- [4] Stakhov A.P. *Codes of golden proportion*. М., 1984.
- [5] H. Muller. Fractal Scaling Models of Resonant Oscillations in Chain Systems of Harmonic Oscillators. *Progress in Physics*, 2:72–76, 2009.
- [6] H. Muller. Scaling of Moon Masses and Orbital Periods in the systems of Saturn, Jupiter and Uranus. *Progress in Physics*, 11(2):165–166, 2015.
- [7] H. Muller. Fractal scaling models of natural oscillations in chain systems and the mass distribution of the celestial bodies in the Solar system. *Progress in Physics*, 1:62–66, 2010.
- [8] H. Muller. Scaling of Body Masses and Orbital Periods in the Solar System. *Progress in Physics*, 11(2):133–135, 2015.
- [9] A. Ries. M.V.L. Fook Application of the model of oscillations in a chain system to the Solar System. *Progress in Physics*, 1:103–111, 2011.
- [10] H. Muller. Fractal scaling models of natural oscillations in chain systems and the mass distribution of particles. *Progress in Physics*, 3:61–66, 2010.
- [11] H. Muller. Emergence of Particle Masses in Fractal Scaling Models of Matter. *Progress in Physics*, 4:44–47, 2012.
- [12] A. Ries. M.V.L. Fook Fractal Structure of Nature’s Preferred Masses: Application of the Model of Oscillations in a Chain System. *Progress in Physics*, 4:82–89, 2010.
- [13] A. Ries. A Bipolar Model of Oscillations in a Chain System for Elementary Particle Masses. *Progress in Physics*, 4:20–28, 2012.

- [14] A. Ries. M.V.L. Fook Excited Electronic States of Atoms Described by the Model of Oscillations in a Chain System Andreas Ries and Marcus Vinicius Lia Fook. *Progress in Physics*, 4:20–24, 2011.
- [15] A. Ries. The Radial Electron Density in the Hydrogen Atom and the Model of Oscillations in a Chain System. *Progress in Physics*, 3:29–34, 2012.
- [16] Stephen J. Puetz, Andreas Prokoph, Glenn Borchardt, Edward W. Mason. Evidence of synchronous, decadal to billion year cycles in geological, genetic, and astronomical events. *Chaos, Solitons & Fractals*, 62-63:55–75, 2014.
- [17] Шабельников А.В. Воздействие космофизических факторов на климат и биосферу Земли. *Биофизика*, 37(3):572–575, 1992.
- [18] Шабельников А.В., Кирьянов К.Г. Вековые, годовые и суточные колебания параметров некоторых природных процессов. *Биофизика*, 43(5):874–877, 1998.
- [19] Садовский М.А. О распределении размеров твердых отдельностей. *ДАН СССР*, 269(1):69–72, 1983.
- [20] Юрченко Л.Ю., Бердиков В.Ф., Сухонос С.И. О некоторой инвариантности физических свойств черного карбида кремния при изменении технологических параметров его дробления. *ДАН СССР*, 293(3):610–613, 1987.
- [21] Бовенко В.Н., Горобец Л.Ж. О проявлении дискретности твердых тел в процессах их измельчения. *ДАН СССР*, 292(5):1095–1100, 1987.
- [22] Ю.Барышев, П.Теерикорпи. *Фрактальная структура Вселенной. Очерк развития космологии*. САО РАН, Нижний Архыз, 2005. 396 с.