

О физической природе квантования электромагнитного поля

Ю.Л. Ратис¹

Аннотация—Постулировано, что всеобщими свойствами материальных объектов являются протяженность, инертность и способность вступать во взаимодействие с другими материальными объектами. На основе перечисленных постулатов показано, что квантование электромагнитного поля происходит в результате взаимодействия поляризованного физического вакуума с поляризующей его электромагнитной волной. Показано, что квант электромагнитного поля – фотон – обладает как электрическим зарядом, так и массой покоя. Прямым следствием всего вышесказанного являются соотношение неопределенности, принцип дополнительности (корпускулярно-волновой дуализм) и наблюдаемость 4-потенциалов электромагнитного поля, в частности, в эффекте Ааронова-Бома и других аналогичных эффектах. Сформулирована гипотеза о физической природе темной материи.

Index Terms—квант, фотон, заряд, масса, соотношение неопределенностей.

I. ПРЕАМБУЛА

История науки четко указывает на то, что со времен Ньютона примерно раз в столетие происходило переосмысление философских оснований физики, поводом для которого всегда служила внутренняя противоречивость общепринятых постулатов, принимаемых на протяжении целого века в качестве первых принципов физики. Как правило, в результате очередной революции в естествознании из науки изгонялись различные “невесомые” величины, такие, как флогистон, светоносный эфир и т.п. Кроме того, в результате великих научных открытий радикально менялись взгляды на перечень элементов мироздания, роль законов сохранения, корпускулярные и волновые свойства материи, геометрию нашего мира и тому подобные фундаментальные свойства материи, пространства и времени.

В настоящее время от физики XX века нам досталось в наследство несколько проблем, которым по целому ряду причин научная общественность продолжительное время не уделяла должного внимания. В число вопросов, на которые наука до сих пор не имеет внятных ответов, на мой взгляд, входят такие, как:

- 1) Почему квантуются поля?
- 2) Что такое “фотон”?

¹ Институт энергетики специального назначения,
ratis@rambler.ru

- 3) Имеет ли фотон электрический заряд и массу покоя¹?
- 4) С какой точностью выполняется закон сохранения заряда?
- 5) Является ли фотон стабильной частицей?
- 6) Всегда ли выполняется соотношение неопределенностей Гейзенберга?
- 7) Какова природа корпускулярно-волнового дуализма?
- 8) Насколько постоянна постоянная Планка?
- 9) Согласуются ли между собой квантовая теория поля и теория пространства, времени и тяготения (общая теория относительности)?

В работе предпринята попытка найти ответы на некоторые из этих вопросов. Для этого проделан критический анализ общепринятых в настоящее время первых принципов физики. Оценка границ применимости этих принципов произведена на основе постулата о том, что наиболее общими свойствами материи являются протяженность, инертность, и способность вступать во взаимодействие.

II. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, уравнения Максвелла, в том виде, в котором они были записаны самим Максвеллом в “Трактате об электричестве и магнетизме” [3], содержат член, интерпретируемый как “ток смещения”. Введение этого члена в уравнение, описывающее зависимость напряженности магнитного поля от плотности электрического тока, было обусловлено необходимостью “спасения” закона сохранения электрического заряда.

¹Наличие у фотона массы эквивалентно утверждению об отклонении закона Кулона от $F \sim r^{-2}$. Поиск отклонения электрических сил от канонического закона Кулона продолжался более 200 лет. Теорию массивного фотона пытался разработать Луи де Бройль. Большой вклад в теорию “массивного” электромагнетизма внес Прока. Подробный обзор истории и современного состояния проблемы см. в [1]. В Приложении приведена известная теорема квантовой электродинамики, согласно которой “продольные” и “временные” фотоны в среднем “гасят” друг друга. Это утверждение эквивалентно тому, что “средний заряд” фотона равен нулю, и не противоречит тому, что фотон является “истинно нейтральной частицей” [2], поскольку в квантовой теории поля “истинно нейтральными” считаются частицы, которые “совпадают со своими античастицами” [2], и поэтому “могут аннигилировать поодиночке” [2]. В соответствии с этим уединенный фотон “может аннигилировать”, т.е., из-за слабого взаимодействия распасться на 2 фотона. Поэтому логично поставить вопрос: является ли фотон стабильной частицей?

Результаты этого “нововведения” оказались просто замечательными. Следствиями закона сохранения заряда стали: 1) теоретическое обоснование существования свободных электромагнитных волн; 2) электромагнитная теория света; 3) лоренц-инвариантность уравнений электродинамики, приведшая, в конце концов, к созданию специальной теории относительности (СТО); 4) калибровочная инвариантность уравнений Максвелла.

К этому надо добавить, что предсказанные Максвеллом электромагнитные волны обладают энергией и импульсом. Плотность энергии и импульса электромагнитного поля представляют собой билинейные формы напряженностей электрического и магнитного полей [4]. Величина полевого вклада в полные энергию и импульс замкнутой системы “заряженные частицы плюс создаваемое ими поле” не является пренебрежимо малой. Именно благодаря материальности поля систему заряженных частиц, взаимодействующих друг с другом с запаздыванием, удастся “замкнуть”, и, таким образом, “спасти” законы сохранения энергии и импульса.

Наиболее важное предсказание теории Максвелла было блестяще подтверждено опытами Г. Герца, создавшего первые в истории человечества устройства для генерации и регистрации электромагнитных волн. Другое важнейшее свойство электромагнитных волн – наличие у них энергии и импульса – также получило надежное подтверждение в опытах П.Н. Лебедева. Независимость скорости света от выбора системы отсчета, или, что то же самое, лоренц-инвариантность уравнений Максвелла, была проверена в исторических опытах Майкельсона и Морли, и была положена А. Эйнштейном в основу специальной теории относительности. Другими словами, главные качественные выводы теории были всесторонне проверены и подкреплены результатами решающих экспериментов. Именно поэтому электродинамика Максвелла превратилась в общепризнанную теорию, а лежащие в ее основе первые принципы физики были канонизированы.

Однако природа электромагнетизма оказалась намного сложнее, чем ее себе представляли современники Дж.К. Максвелла. Еще в конце XIX столетия Дж.Дж. Томсон открыл электрон. В результате в физику “электрического непрерывного” проникла идея дискретности организации материи. Но на этом дело не закончилось. Начало XX века ознаменовалось работой М. Планка, в которой было показано, что электромагнитное поле квантуется. На базе гипотезы о существовании квантов на протяжении XX века были созданы и доведены до высокой степени совершенства такие замечательные теории, как квантовая механика и квантовая теория поля. Однако в процессе создания этих теорий ни один из догматов, лежащих в основе электродинамики Максвелла, фактически не был подвергнут сомнению. При построении квантовой электродинамики на уравнения Максвелла просто “навесили” процедуру квантования.

Анализу результатов такого механистического подхо-

да к проблеме обобщения научных теорий посвящена настоящая работа. Поскольку критическому анализу придется подвергнуть практически все так называемые “самоочевидные” положения современной физики, постольку начнем с рассмотрения атрибутов материи.

III. АТТРИБУТЫ МАТЕРИИ

A. Протяженность

Это едва ли не основной атрибут материи. Любой материальный объект обладает протяженностью, то есть, ограничен в пространстве, и не тождественен точке. Вся проблема состоит в том, что в классической электродинамике существование неточечных элементарных объектов строго запрещено [4]. Мнение, что этот абсурд можно преодолеть в рамках квантовой электродинамики (КЭД), едва ли соответствует действительности. В самом деле, в общепринятой формулировке локальной КЭД с расходимостью поправок высших порядков к матрице рассеяния приходится бороться с помощью перенормировок. Это естественная плата за локальность взаимодействия и использование плоских волн в качестве базисных функций. Немногочисленные попытки построения нелокальных теорий квантованных полей (см., например, [5]) не увенчались построением вычислительно эффективных схем расчета наблюдаемых величин. Кроме того, даже в фундаментальной работе [5] квантование поля является внешней процедурой по отношению к самим уравнениям поля, и никак не затрагивает проблему неточечности элементарных объектов. В пространстве-времени “размазывается” лишь область их взаимодействия. Апофеозом абсолютизации лоренц-инвариантности всех известных формулировок квантовой теории поля является безмассовость “затравочных” элементарных частиц и “одевание” их массой с помощью механизма Хиггса в рамках Стандартной Модели (см., например, [6]). В настоящей работе постулируется, что все элементарные частицы имеют конечные размеры. В соответствии с этим требуется коренным образом пересмотреть общепринятый принцип построения лоренц-инвариантных теорий: требованию лоренц-инвариантности должны удовлетворять только наблюдаемые величины. Динамические интегро-дифференциальные уравнения, решения которых входят в выражения для наблюдаемых величин, должны быть лоренц-инвариантными только “в среднем”.

B. Взаимодействие

Этот атрибут материи относится к числу “самоочевидных”. Фактически, он тавтологичен, поскольку отсутствие взаимодействия исследуемого объекта с чем бы то ни было означает, что этого объекта просто не существует.

C. Инертность

Одной из главных особенностей теории поля, в т.ч., электродинамики, является конечная скорость распространения взаимодействия. Именно по этой причине

происходит формальное нарушение третьего закона Ньютона и, как следствие, нарушение закона сохранения импульса для подсистемы частиц, взаимодействующих между собой с запаздыванием, обусловленным материальностью носителя взаимодействия, то есть, поля. В результате для спасения закона сохранения энергии и импульса для замкнутой системы “заряженные частицы плюс поле” разность между текущими и начальными значениями энергии и импульса корпускулярной подсистемы приписывают полю. Поясним это утверждение на конкретном примере.

При столкновении двух электронов, как при классическом, так и при квантовом рассмотрении задачи, обе сталкивающиеся частицы меняют направление движения. При классическом рассмотрении процесса рассеяния электроны движутся с ускорением, и, следовательно, излучают электромагнитные волны [4]. Если же задача решается в рамках квантовой теории, то происходит переход квантовой системы из начального состояния в конечное. В квантовой механике – это квазиупругое рассеяние заряженной частицы на кулоновском потенциале. Если суммарная энергия начальных частиц сохраняется лишь приближенно, то это означает, что рассеяние электронов сопровождается испусканием электромагнитной волны (периодического возмущения в потенциале взаимодействия) [7]. В аналогичной задаче в КЭД, даже при формально точном выполнении закона сохранения энергии для системы сталкивающихся частиц (упругое рассеяние), возникает проблема “инфракрасной катастрофы”. Величина упругого сечения, вычисленная по теории возмущений, в действительности учитывает излучение бесконечно большого числа бесконечно мягких фотонов. Однако теория возмущений в этом случае неприменима, т.к. в расчетах используется приближение, в котором масса фотона $m_\gamma = 0$ [2] [8] [9].

В любом случае, процесс излучения электромагнитных волн при столкновениях заряженных частиц можно наглядно представить следующим образом. В результате внешнего воздействия электрон меняет свое состояние (направление движения). При этом часть электромагнитного поля (“фотонной шубы”) каждого из электронов отрывается от исходного заряда, принимая на себя часть импульса и энергии сталкивающихся частиц, и по инерции продолжает двигаться в первоначальном направлении. Другой ценой спасти закон сохранения энергии и импульса для замкнутых систем просто невозможно. (Этот абзац представляет собой практически дословный пересказ лекции Аркадия Бейнусовича Мигдала, прочитанной в 1975 году для студентов Высшей школы физики в МИФИ. Автор настоящей работы присутствовал на этой лекции. Спасибо Учителю).

Из вышесказанного следует фундаментальнейший вывод. Фотоны, образующие “электромагнитную шубу” заряженных элементарных частиц, обладают инерцией и, как следствие, массой покоя. Но масса фотона имеет чисто полевую природу, а источниками полей

являются заряды (напомним, что фотоны принимают участие в электромагнитных и слабых процессах), поэтому термин “заряд” следует понимать, как обобщенное понятие – меру интенсивности взаимодействия элементарного объекта с другими элементарными или макроскопическими объектами.

Но и это еще не все. Наличие у фотона массы покоя означает, что у него (фотона) имеется отличный от нуля электрический заряд, поскольку никаких других естественных причин для появления массы покоя у крохотного сгустка электромагнитной материи не просматривается. И вопрос состоит не в том, является ли фотон массивной заряженной частицей, или нет, а в том, как оценить его заряд и массу, и к каким наблюдаемым и проверяемым следствиям новой теории приводит появление этих характеристик у фотона.

Д. Понятие массы

Все точные науки начинаются с определения понятия “масса”. Впервые четкое определение массы дал И. Ньютон в “Математических началах натуральной философии”. Более того, великий труд Ньютона *начинается* с этого определения: “Количество материи (масса) есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему ее” [10]. В этом состоит ответ на вопрос, почему в современной квантовой теории поля элементарные частицы внезапно оказались безмассовыми, и для того, чтобы их “одеть” массой, в теорию пришлось вводить бозон Хиггса. Дело в том, что если сгустку материи (кванту какого-либо поля) приписать нулевой объем, то при любой конечной плотности материи масса этого сгустка (элементарной частицы) строго равна нулю, а СТО строго запрещает иметь элементарным частицам конечные размеры. Такова цена строгой лоренц-инвариантности теории поля [4].

В этой связи уместно сформулировать следующий вопрос: “Какова точность приближения строгой лоренц-инвариантности теории”? Однако, прежде, чем приступить к поиску ответа на этот вопрос, уточним, в каком смысле будет пониматься термин “масса” в рамках настоящей работы.

Масса есть интегральная мера инертности протяженного материального объекта, рассматриваемого, как материальная точка. Если в механике рассматривается абсолютно твердое тело, то ему приходится приписывать не только массу, но и момент инерции. Еще сложнее устроена механика сплошных сред. От систем обыкновенных дифференциальных уравнений приходится переходить к системам уравнений в частных производных. В общем случае возникает проблема описания систем с распределенными параметрами. В рамках этой философии масса, как параметр, возникает в результате предельного перехода от системы с распределенными параметрами к системе с сосредоточенными параметрами.

При таком понимании массы, как универсальной интегральной меры инертности протяженного объекта,

отрыв фотона (кванта поля) от электрона, при его (электрона) торможении всегда происходит вдоль касательной к траектории движения электрона. Этого требует закон сохранения импульса. Следовательно, отрыв кванта поля происходит в силу его инертности. При замене протяженного объекта на точку в теории обязательно должен появиться параметр, характеризующий инертность этого объекта “в целом”, то есть масса. Поэтому фотон, уже в силу закона сохранения импульса, должен обладать не равной нулю массой.

Единственным источником массы для фотона является электромагнитное поле, сосредоточенное в его объеме. СТО не запрещает покой протяженных массивных объектов. Однако если такой объект имеет конечные размеры, то класс волновых процессов в нем ограничен стоячими волнами. Следовательно, в системе покоя фотона “электромагнитное поле в среднем” должно быть чисто электрическим.

Источником электрического поля является заряд. В соответствии с этим масса фотона есть интеграл по объему фотона от квадрата напряженности поля, создаваемого этим зарядом. В то же время, закон сохранения заряда относится к числу наиболее фундаментальных законов физики, и “отрыв” фотона от электрона не должен нарушать этот закон. Это означает, что в результате испускания фотона при рассеянии электрона на какой-либо заряженной частице электрон теряет часть своего заряда, отдавая ее фотону.

В локальной КЭД факт нарушения строгой калибровочной инвариантности хорошо известен, однако интерпретируется он по-другому. Оказывается, что поперечность электромагнитных волн и лоренц-инвариантность уравнений Максвелла несовместимы со строгой калибровочной инвариантностью теории. Для преодоления этого противоречия, возникающего при квантовании электромагнитного поля, вводится общепринятый в КЭД постулат о том, что “временные” и “продольные” фотоны в среднем гасят друг друга (см. Приложение) [2]-[9].

Е. Пространство, время и гравитация

В настоящее время не принято вспоминать, что первым ученым, усомнившимся в строгой точности лоренц-инвариантных физических теорий, был Альберт Эйнштейн [11]. Однако хорошо известно, что в число основных выводов общей теории относительности входит утверждение о том, что “в отношении своего воздействия на электромагнитное поле статическое гравитационное поле играет роль среды с электрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon = \mu = 1/\sqrt{\hbar}$ ” [4]. Другими словами, “скорость света” недостижима ни для каких материальных объектов уже хотя бы потому, что гравитацию невозможно “отключить” ни в одном уголке Вселенной. Поэтому все результаты и выводы, полученные в рамках лоренц-инвариантных теорий поля, справедливы и точны ровно настолько, насколько можно пренебречь гравитацией.

Альтернативная точка зрения на природу сил тяготения, близкая по используемому математическому аппарату к ОТО, была сформулирована в работах А.А. Логунова [12]. Однако и в рамках этого (далеко не общепринятого) подхода электромагнитное и гравитационное поля оказываются определенным образом взаимосвязанными.

Ф. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Вековой опыт развития квантовой теории ясно показал, что соотношение неопределенностей Гейзенберга входит в число фундаментальных первых принципов физики. Поэтому его можно использовать для оценки нижней границы массы покоя фотона [1]. Необходимая для анализа форма записи соотношения неопределенностей имеет вид $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$, где ΔE - неопределенность энергии системы, а Δt - отрезок времени, на протяжении которого производилось измерение этой энергии.

Согласно существующим космологическим и космогоническим представлениям возраст Вселенной составляет не менее $\tau_U \sim 10^{10}$ years, а ее радиус кривизны $R_U \approx c\tau_U$. Очевидно, что время измерения энергии (или массы) покоя фотона не может превосходить время существования Вселенной. Поэтому соотношение неопределенностей для энергии фотона в его собственной системе отсчета можно представить в виде:

$$m_\gamma c^2 \cdot \tau_U = m_\gamma c \cdot R_U = \frac{R_U}{\lambda_\gamma^C} 2\pi\hbar \sim 2\pi\hbar$$

где m_γ - масса фотона, а $\lambda_\gamma^C = 2\pi\hbar \cdot (m_\gamma c)^{-1}$ - его комптоновская длина волны.

Уже из приведенных выше рассуждений абсолютно ясно, что в существующую систему первых принципов физики придется вносить серьезные коррективы. В самом деле, соотношение неопределенностей Гейзенберга в своей классической формулировке, и общая теория относительности (ОТО) в том виде, в котором она существуют сейчас, вступают в непреодолимое логическое противоречие. Фотон нулевой массы просто не в состоянии вписаться в размеры нашей Вселенной.

Соотношение неопределенностей для оценки нижней границы массы покоя фотона смягчает это противоречие, т.к. оценки всех входящих в задачу величин - порядковые, и тот факт, что $\lambda_\gamma^C \sim R_U$ не дает оснований для “закрытия” квантовой механики или ОТО.

В работе [1] приведена не только полученная на основе первых принципов физики нижняя оценка массы покоя фотона $m_\gamma c^2 > 10^{-33} \text{eV}$ ($m_\gamma > 10^{-69} \text{kg}$), но и верхняя оценка массы, извлеченная из современных экспериментальных данных. На сегодняшний день установлено, что масса фотона не превышает $m_\gamma < 10^{-57} \text{kg}$ ($m_\gamma c^2 < 10^{-21} \text{eV}$), т.е., для ее прецизионного измерения в прямом эксперименте необходимо поднять точность измерительной аппаратуры, как минимум, на 12 порядков, что на данном этапе развития техники

физического эксперимента представляется абсолютно нереальным.

Результаты работы [1] позволяют оценить не только массу m_γ , но и заряд фотона e_γ . Из соображений размерности однозначно следует, что

$$e_\gamma \sim \sqrt{\hbar c R_\gamma / R_U}$$

где характерный “размер” фотона оптического диапазона $R_\gamma \sim 10^{-6}m$. Общепринятой оценке возраста Вселенной 10^{10} лет соответствуют ее размеры $R_U \sim 10^{26}m$, откуда следует, что

$$e_\gamma \sim 10^{-15} \cdot e_e,$$

где e_e - заряд электрона.

В заключение “философской” части работы следует особо отметить, что в рамках развиваемого подхода все без исключения элементарные частицы являются открытыми квантовыми системами. В соответствии с этим у них отсутствуют однозначные, раз и навсегда фиксированные характеристики, такие, как масса, заряд, магнитный момент и т.п., поскольку в процессе измерения этих параметров любая квантовая система неизбежно взаимодействует с классическим “пробником” [7], [2], [8], [9]. Для квазизамкнутых систем, таких, как электрон, эти характеристики с высочайшей степенью точности можно считать постоянными. Для более открытых систем, таких как фотон, - законы сохранения выполняются намного хуже. Например, при отрыве фотона от электрона относительное изменение заряда электрона составляет примерно $\Delta e_e / e_e = e_\gamma / e_e \sim 10^{-15}$, а для фотона определяет всю его будущую историю. Дело в том, что фотон, испущенный в результате изменения состояния электрона, ускоряется кулоновским полем электрона-остатка, как обычная заряженная частица. При этом, чем больше заряд фотона, тем больше его кинетическая энергия и масса покоя. Любопытнее всего то, что значения этих величин вычисляются на основе законов сохранения энергии и импульса с точностью, ограниченной лишь соотношением неопределенностей Гейзенберга.

Проблеме подобных расчетов, а также задаче извлечения неизвестных параметров теории из астрофизических данных и оценке степени “открытости” фотонов, летящих в межзвездном пространстве (физическом вакууме), будет посвящена отдельная работа.

IV. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Первые попытки построения квазиклассической теории массивного заряженного фотона были предприняты в работах [13] [14] [15]. Следуя логике этих работ, положим в основу теории уравнения электродинамики Максвелла-Прока

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = -\frac{4\pi}{c} j^\mu(x) \quad (1)$$

где

$$\mu_\gamma = m_\gamma c \hbar^{-1} \quad (2)$$

причем m_γ - масса покоя фотона, а $j^\mu(x)$ - полный фотонный ток.

Поскольку мгновенный заряд фотона отличен от нуля, а электромагнитная волна является материальной средой, взаимодействующей с этим зарядом, постольку мы считаем, что полный фотонный ток складывается из тока затравочного заряда и тока поляризации “физического вакуума” (поляризационного тока в заряженной материи электромагнитной волны):

$$j^\mu(x) = j_\gamma^\mu(x) + j_{vac}^\mu(x) \quad (3)$$

Поляризационный ток есть реакция среды на внешнее возмущение. Поэтому он всегда ослабляет воздействие этого возмущения. Поляризованная среда экранирует затравочный заряд (причем, с некоторым запаздыванием), поэтому

$$j_{vac}^\mu(x) = -[\hat{P}^{\mu\nu} A_\nu](x) \quad (4)$$

где интегро-дифференциальный поляризационный оператор $\hat{P}^{\mu\nu}$ имеет вид

$$j_{vac}^\mu(x) = - \int \hat{K}^{\mu\nu}(x-x') g_{\nu\kappa} [T^{\kappa\nu}(x-x') A_\nu(x')] d\Omega' \quad (5)$$

Структура поляризационного оператора определяется лоренц-инвариантностью, пропорциональностью отклика среды ее плотности, а также величине внешнего тока $j_\gamma^\mu(x)$ (см. формулу (10)). В формуле (5) через $T^{\kappa\nu}$ обозначен тензор энергии-импульса электромагнитного поля, а через $g_{\nu\kappa}$ - метрический тензор:

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Операторный формфактор фотона в общем случае имеет вид

$$\hat{K}^{\lambda\nu}(x-x') = K_c^{\lambda\nu}(x-x') + K_q^{\lambda\nu}(x-x') \cdot \square_{x'}, \quad (7)$$

причем операторная часть формфактора (7) вводится именно из-за необходимости учета эффектов запаздывания.

В рамках развиваемого подхода, как и в обычной КЭД, закон сохранения заряда выполняется только в “среднем”, то есть [8]:

$$\left\langle \frac{\partial A^\kappa}{\partial x^\kappa} \right\rangle = 0. \quad (8)$$

Условие калибровки (8) в трехмерных обозначениях имеет вид:

$$\begin{cases} \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \vec{A} \right\rangle = 0 \\ \nabla_\perp \vec{A} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

То есть, “временные фотоны” и “продольные фотоны” в среднем гасят друг друга, как и в стандартной локальной КЭД. Поперечная кулоновская калибровка является точной.

Очевидно, что система уравнений (1) является незамкнутой. Ее следует дополнить материальным уравнением. Постулируем, что в приближении самосогласованного поля малой интенсивности:

$$j_\gamma^\mu = \frac{c\eta^2}{4\pi} T^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} A^\lambda(x) \quad (10)$$

Физическая размерность константы η^2 очевидна - это обратная линейная плотность энергии: $[\eta^2] = [LE^{-1}]$.

Следует особо отметить, что $\eta^2 \sim e_\gamma^{-2}$, т.к. проводимость среды пропорциональна ее плотности. Из-за явной зависимости от начальных условий параметр η^2 не имеет статуса фундаментальной физической постоянной. Его следует искать из экспериментальных и астрофизических данных, а также из условия самосогласованности:

$$\varepsilon_\gamma = \int T^{00} dV, \quad (11)$$

которое выполняется в любой инерциальной системе отсчета, включая систему покоя фотона (СПФ), в которой $\varepsilon_\gamma = m_\gamma c^2$.

Соотношение (10) является физическим аналогом закона Ома, и отражает тот факт, что проводимость электромагнитной материи пропорциональна ее плотности. Условие (11) означает, что масса покоя фотона имеет чисто полевую природу. Следует особо подчеркнуть, что при анализе уравнения (1) в приближении самосогласованного поля в нулевом порядке теории возмущений по полному току $j^\mu(x)$ масса покоя фотона равна нулю ($m_\gamma = 0$).

V. ПРИНЦИП СООТВЕТСТВИЯ

Для случая безмассовых электрически нейтральных фотонов система уравнений (1) переходит в систему уравнений Максвелла для свободных электромагнитных волн:

$$\square A^\mu = 0. \quad (12)$$

Для массивных электрически нейтральных “точечных” фотонов система уравнений (1) переходит в систему уравнений Максвелла-Прока:

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = 0. \quad (13)$$

т.е., каждая компонента 4-вектора A^μ подчиняется уравнению Клейна-Гордона. Следовательно, система уравнений (1) удовлетворяет принципу соответствия.

VI. ОСНОВНОЙ ФОРМАЛИЗМ

Покажем, каким образом система уравнений (1) переходит в систему уравнений, во многом аналогичную уравнениям нелинейной оптики с кубической нелинейностью [16]. Подставим явное выражение тока (3) в уравнение (1). В результате получим:

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = -\frac{4\pi}{c} \left[\frac{c\eta^2}{4\pi} T^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} A^\lambda(x) - \int \hat{K}^{\mu\nu}(x-x') g_{\nu\kappa} [T^{\kappa\eta}(x-x') g_{\eta\lambda} A^\lambda(x')] d\Omega' \right] \quad (14)$$

Рассмотрим локальный формфактор фотона вида

$$\hat{K}^{\mu\nu}(x-x') = 4\sigma c \cdot g^{\mu\nu} \cdot \delta(x-x') \cdot [\kappa_0^2 - \square_{x'}]. \quad (15)$$

Константа σ в формфакторе (15), имеющая физическую размерность обратной плотности энергии ($[\sigma] = [L^3 E^{-1}]$), и константа κ_0^2 , имеющая физическую размерность квадрата обратной длины ($[\kappa_0^2] = [L^{-2}]$), являются релятивистскими инвариантами, однако зависят от начальных условий задачи, и, следовательно, не имеют статуса фундаментальных физических постоянных. Выбор относительного знака численной и операторной компонент формфактора будет обоснован ниже.

Подставим выражение для формфактора фотона (15) в уравнение (14):

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = -\frac{4\pi}{c} \left[\frac{c\eta^2}{4\pi} T^{\mu\nu} A_\nu(x) - 4\sigma c \int \delta(x-x') [\kappa_0^2 - \square_{x'}] [T^{\mu\nu}(x-x') A_\nu(x')] d\Omega' \right] \quad (16)$$

откуда следует, что

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = -\frac{4\pi}{c} \left[\frac{c\eta^2}{4\pi} T^{\mu\nu} A_\nu(x) - 4\sigma c [\kappa_0^2 - \square] [T^{\mu\nu} A_\nu(x)] \right] \quad (17)$$

Введем естественное обозначение

$$\Theta^{\mu\nu}(x) = 16\pi\sigma T^{\mu\nu}(x), \quad (18)$$

и в результате несложных преобразований получаем:

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = -\frac{\eta^2}{16\pi\sigma} \Theta^{\mu\nu} A_\nu(x) + [\kappa_0^2 - \square] [\Theta^{\mu\nu}(x) A_\nu(x)]. \quad (19)$$

В целях компактификации записи введем обозначение

$$\eta_\gamma^2 = \frac{\eta^2}{16\pi\sigma} \quad (20)$$

В этих обозначениях уравнение (19) принимает вид:

$$[\square - \mu_\gamma^2] A^\mu = -\eta_\gamma^2 \Theta^{\mu\nu} A_\nu(x) + [\kappa_0^2 - \square] [\Theta^{\mu\nu}(x) A_\nu(x)]. \quad (21)$$

Или, по-другому

$$\begin{aligned} & \left[\square - \mu_\gamma^2 \right] g^{\mu\nu} A_\nu(x) + \square \left[\Theta^{\mu\nu}(x) A_\nu(x) \right] = \\ & = -\eta_\gamma^2 \Theta^{\mu\nu} A_\nu(x) + \kappa_0^2 \Theta^{\mu\nu}(x) A_\nu(x). \end{aligned} \quad (22)$$

Откуда следует, что

$$\left[\square - \mu_\gamma^2 \right] g^{\mu\nu} A_\nu(x) + \square \left[\Theta^{\mu\nu}(x) A_\nu(x) \right] + (\eta_\gamma^2 - \kappa_0^2) \Theta^{\mu\nu} A_\nu(x) = 0. \quad (23)$$

Или, по-другому

$$\square \left[g^{\mu\nu} + \Theta^{\mu\nu}(x) \right] A_\nu(x) + \left[(\eta_\gamma^2 - \kappa_0^2) \Theta^{\mu\nu} - g^{\mu\nu} \mu_\gamma^2 \right] A_\nu(x) = 0. \quad (24)$$

В системе покоя фотона система уравнений (24) существенно упрощается:

$$\square \left[1 + \Theta^{00}(x) \right] \Phi(x) + \left[(\eta_\gamma^2 - \kappa_0^2) \Theta^{00} - \mu_\gamma^2 \right] \Phi(x) = 0. \quad (25)$$

где $\Phi(x) \equiv A^0(x)$.

В рамках развиваемого подхода огибающая волнового пакета (то есть, фотона) в СПФ представляет собой физический аналог оптического волокна, по которому бежит возмущение (световой сигнал). В соответствии с общей философией СТО групповая скорость движения “волны внутри фотона” не должна превышать скорость света. Поэтому, по аналогии со стандартными релятивистскими уравнениями будем считать, что решение волнового уравнения (24) имеет вид

$$\Phi(\vec{r}, t) = \exp[i(k_z z - \omega t)] \cdot \Phi_0(\vec{r}, t). \quad (26)$$

В СПФ напряженность магнитного поля $\vec{H} = 0$, а электрического поля $\vec{E} = -\nabla\Phi$. Полагая, что $\Phi_0(\vec{r}, t)$ является комплексной функцией своих аргументов, получаем:

$$\begin{aligned} \vec{E} = & \left[\hat{k} \left(i k_z \Phi_0(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial z} \Phi_0(\vec{r}, t) \right) + \nabla_\perp \Phi_0(\vec{r}, t) \right] \cdot \\ & \cdot \exp[i(k_z z - \omega t)], \end{aligned} \quad (27)$$

откуда следует, что

$$|\vec{E}|^2 = \left| i k_z \Phi_0(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial z} \Phi_0(\vec{r}, t) \right|^2 + |\nabla_\perp \Phi_0(\vec{r}, t)|^2, \quad (28)$$

и мы приходим к следующему виду тензора энергии-импульса:

$$\begin{aligned} T^{00} = W = & \frac{|\vec{E}|^2}{16\pi} = \frac{1}{16\pi} \left\{ \left| i k_z \Phi_0(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial z} \Phi_0(\vec{r}, t) \right|^2 + \right. \\ & \left. + |\nabla_\perp \Phi_0(\vec{r}, t)|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

По самому своему смыслу интеграл от плотности энергии фотона по его объему в СПФ пропорционален массе покоя фотона:

$$m_\gamma c^2 = \int T^{00} dV \quad (30)$$

Если фотон в СПФ обладает цилиндрической симметрией, то естественно считать, что

$$\Phi(\vec{r}, t) = \exp[i(k_z z - \omega t)] \cdot f(z, t) \cdot \Gamma(\vec{\rho}, z). \quad (31)$$

В этом случае вид и порядок величины неизвестных функций можно установить, исходя из размерных оценок и лоренц-инвариантности задачи, а также практически строгой поперечности электромагнитных волн.

Для получения приближенного аналитического решения уравнения (24) следует отделить быстрые функции времени и координат от медленных функций (адиабатических переменных). В СПФ бегущая волна $\exp[i(k_z z - \omega t)]$ – это быстрая функция времени и координат, стоячая волна $f(z, t)$ – очень медленная функция времени и координат, $\Gamma(\vec{\rho}, z)$ – быстрая функция переменной $\vec{\rho}$, и медленная функция переменной z . В соответствии с этим следует сформулировать нелинейную задачу на собственные значения (СЗ) и собственные функции (СФ) для функции профиля фотона $\Gamma(\vec{\rho}, z)$ по переменной $\vec{\rho}$ (т.е., в поперечном направлении).

Полагая в нулевом приближении по продольному возмущению $f(z, t) = f_0 = const$, и подставляя (29) в (19) получаем:

$$\Theta^{00}(x) = \sigma \cdot \left(k_z^2 |\Phi(\vec{r}, t)|^2 + |\nabla_\perp \Phi(\vec{r}, t)|^2 \right). \quad (32)$$

Таким образом, в нулевом приближении по $f(z, t)$

$$\Theta_0^{00}(x) = \sigma |f_0|^2 \left[k_z^2 [\Gamma(\vec{\rho})]^2 + [\nabla_\perp \Gamma(\vec{\rho})]^2 \right]. \quad (33)$$

Исследуем уравнение (25) с тензором энергии-импульса (33). Очевидно, что по своему физическому смыслу уравнение (25) является волновым уравнением для световой волны, распространяющейся в оптическом волокне с профилем показателя преломления

$$\begin{aligned} n^2(\vec{\rho}) = & 1 + \sigma |f_0|^2 \left[k_z^2 [\Gamma(\vec{\rho})]^2 + [\nabla_\perp \Gamma(\vec{\rho})]^2 \right] = \\ & = 1 + \alpha(\vec{\rho}) \end{aligned} \quad (34)$$

где $\alpha(\vec{\rho})$ – поляризуемость электромагнитной материи.

Подставляя (34) в (24), получаем:

$$\square \left[[1 + \alpha(\vec{\rho})] \Phi_0(x) \right] + [(\eta_\gamma^2 - \kappa_0^2) \alpha(\vec{\rho}) - \mu_\gamma^2] \Phi_0(x) = 0. \quad (35)$$

Предположим, что тензор поляризуемости электромагнитной материи имеет вид:

$$\alpha(\vec{\rho}) = \alpha(x, y) \quad (36)$$

Разобьем даламбертиан на продольную и поперечную составляющие.

$$\square = \square_{\parallel} + \nabla_{\perp}^2. \quad (37)$$

В этих обозначениях уравнение (35) принимает вид:

$$[\square_{\parallel} + \nabla_{\perp}^2] [1 + \alpha(\vec{\rho})]\Phi(x) + [(\eta_{\gamma}^2 - \kappa_0^2)\alpha(\vec{\rho}) - \mu_{\gamma}^2]\Phi(x) = 0. \quad (38)$$

Представим уравнение (38) в виде:

$$\square_{\parallel} [1 + \alpha(\vec{\rho})]\Phi(x) + \nabla_{\perp}^2 [1 + \alpha(\vec{\rho})]\Phi(x) + [(\eta_{\gamma}^2 - \kappa_0^2)\alpha(\vec{\rho}) - \mu_{\gamma}^2]\Phi(x) = 0. \quad (39)$$

Подставим в уравнение (39) приближенное решение

$$\Phi_0(\vec{r}, t) = \exp[i(k_z z - \omega t)] \cdot f_0 \cdot \Gamma(\vec{\rho}) \quad (40)$$

В результате получаем:

$$\nabla_{\perp}^2 [1 + \alpha(\vec{\rho})]\Gamma + (-k_z^2 + \omega^2 c^{-2})[1 + \alpha(\vec{\rho})]\Gamma = -[(\eta_{\gamma}^2 - \kappa_0^2)\alpha(\vec{\rho}) - \mu_{\gamma}^2]\Gamma \quad (41)$$

Разобьем уравнение (41) на большие и малые компоненты:

$$\nabla_{\perp}^2 \Gamma + (\omega^2 c^{-2} - k_z^2 - \mu_{\gamma}^2)\Gamma + \nabla_{\perp}^2 [\alpha(\vec{\rho})\Gamma] + (\eta_{\gamma}^2 - \kappa_0^2 - k_z^2 + \omega^2 c^{-2})[\alpha(\vec{\rho})\Gamma] = 0 \quad (42)$$

Совершенно очевидно, что в нулевом приближении по $\alpha(\rho)$ (т.е., при $\alpha(\rho) = 0$) мы должны получить в качестве решения уравнения (42) плоскую волну и стандартный закон дисперсии для безмассовой точечной релятивистской частицы:

$$\begin{cases} \mu_{\gamma}^2 = 0 \\ \Gamma_0 \equiv 1 \\ k_z^2 = \omega^2 c^{-2} \end{cases} \quad (43)$$

В этом приближении уравнение (42) принимает вид:

$$\nabla_{\perp}^2 \alpha_0(\vec{\rho}) + (\eta_{\gamma}^2 - \kappa_0^2)\alpha_0(\vec{\rho}) = 0. \quad (44)$$

Таким образом, условие “самосжатия” плоской волны в волновой пакет конечного поперечного сечения (то есть, в фотон) гласит:

$$\kappa_0^2 > \eta_{\gamma}^2 \quad (45)$$

Решение уравнения (44) очевидно:

$$\alpha_0(x, y) = \alpha_{00} \cdot \exp(-\kappa_x x - \kappa_y y) \quad (46)$$

где

$$\kappa_x^2 + \kappa_y^2 = \kappa_0^2 - \eta_{\gamma}^2 \quad (47)$$

Очевидно, что в первом порядке теории возмущений

$$\sigma |f_0|^2 [k_z^2 + (\kappa_x^2 + \kappa_y^2)/4] \Gamma_1^2 = \alpha_{00} \cdot \exp(-\kappa_x x - \kappa_y y) \quad (48)$$

где

$$\Gamma_1(x, y) = \exp(-\kappa_x x/2 - \kappa_y y/2). \quad (49)$$

Появление показателя преломления $n^2 > 1$ у первоначально абсолютно прозрачной среды с нулевой рефракцией приводит к тому, что волновой вектор k_z получает приращение:

$$k_z^2 \rightarrow k_z^2 + \delta k_z^2. \quad (50)$$

При этом масса фотона становится отличной от нуля, а соотношение между энергией и импульсом массивной релятивистской частицы принимает вид: $\omega^2 c^{-2} = k_z^2 + \mu_{\gamma}^2$. Это означает, что в поляризуемой среде (в заряженной материи) закон дисперсии отличается от такового для “света в пустоте”. Ведь речь идет о распространении волны возмущения “внутри фотона”, поперечное сечение которого конечно, и намного меньше его эффективной длины в СПФ. В соответствии с этим будем искать закон дисперсии исходя из соотношения (50).

Несложно показать, что попытка решения уравнения (41) стандартными методами теории возмущений приводит к серьезным противоречиям, как математического, так и физического характера. В соответствии с этим исследуем аналитические свойства решений уравнения (41).

Введем обозначение

$$\psi(\rho) = [1 + \alpha(\rho)]\Gamma(\rho). \quad (51)$$

В этом случае уравнение (41) принимает вид:

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\rho) + (-k_z^2 + \omega^2 c^{-2} - \mu_{\gamma}^2)\Psi(\rho) = (\kappa_0^2 - \eta_{\gamma}^2 - \mu_{\gamma}^2)\Gamma(\rho)\alpha(\rho). \quad (52)$$

Подставим в уравнение (52) соотношение (51) с учетом (50). В результате (52) примет вид:

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\rho) + (\omega^2 c^{-2} - k_z^2 - \delta k_z^2 - \mu_{\gamma}^2)\Psi(\rho) = -\frac{(\eta_{\gamma}^2 + \mu_{\gamma}^2 - \kappa_0^2)\alpha(\rho)}{1 + \alpha(\rho)}\Psi(\rho). \quad (53)$$

Формально уравнение (53) представляет собой полный аналог стационарного двумерного уравнения Шредингера

$$\nabla_{\perp}^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0 \quad (54)$$

При решении задачи на СФ функции и СЗ для нелинейного уравнения (54), как и в методе Хартри-Фока,

потенциал должен быть самосогласованным. Очевидно, что для связанных состояний должны выполняться условия $E < 0; V < 0$. В соответствии с этим представим уравнение (53) в виде:

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\rho) + \left(-\delta k_z^2 + \frac{(\eta_{\gamma}^2 + \mu_{\gamma}^2 - \kappa_0^2)\alpha(\rho)}{1 + \alpha(\rho)} \right) \Psi(\rho) = 0. \quad (55)$$

Очевидно, что “одевание фотона массой” приводит к тому, что меняется знак “потенциала” в уравнении (55):

$$\eta_{\gamma}^2 + \mu_{\gamma}^2 - \kappa_0^2 \equiv \kappa_{\gamma}^2 > 0 \quad (56)$$

Подставляя (56) в (55), получаем

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\rho) + (-\delta k_z^2 - v(\rho))\Psi(\rho) = 0 \quad (57)$$

где квазипотенциал $v(\rho)$ равен

$$v(\rho) = -\kappa_{\gamma}^2 \cdot \frac{\alpha(\rho)}{1 + \alpha(\rho)} \quad (58)$$

В задаче о дискретном уровне в мелкой двумерной потенциальной яме “потенциальную энергию” можно рассматривать, как возмущение [7]. Граничные условия для нелинейной задачи на собственные значения и нормировка “волновых функций” известны:

$$\begin{cases} \Gamma(0) = 1 \\ \Gamma(\infty) = 0 \end{cases} \quad (59)$$

Кроме того, очевидно, что

$$\begin{cases} [\nabla_{\perp} \Gamma(\rho)]_{\rho=0} \approx 0 \\ \alpha(0) \approx \sigma |f_0|^2 \left[k_z^2 [\Gamma(\vec{\rho})]^2 + [\nabla_{\perp} \Gamma(\vec{\rho})]^2 \right]_{\rho=0} \\ \alpha(\infty) = 0 \end{cases} \quad (60)$$

Во “внутренней области” фотона

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi_{in}(\rho) \approx v(\rho) \quad (61)$$

В асимптотике при $\rho \rightarrow \infty$ уравнение (58) принимает вид:

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi_{out}(\rho) - \delta k_z^2 \Psi_{out}(\rho) = 0 \quad (62)$$

Метод решения сформулированной выше задачи подробно описан в литературе. Приведем его, следуя [7]

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi_{in}(\rho) \approx v(\rho) \quad (63)$$

При отсутствии угловой зависимости решения

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right] \Psi_{in}(\rho) = v(\rho). \quad (64)$$

Из (64) видно, что

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \Psi_{in}(\rho) = \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} v(\xi) \xi d\xi. \quad (65)$$

Асимптотика “волновой функции” находится элементарно:

$$\Psi_{out}(\rho) = const \cdot H_0^{(1)}(i\delta k_z \rho). \quad (66)$$

Сшивку логарифмических производных “волновой функции” приводит к соотношению

$$\frac{1}{\rho_0 \ln(\delta k_z \rho_0)} \approx \frac{1}{\rho_0} \int_0^{\infty} v(\rho) \rho d\rho. \quad (67)$$

откуда

$$\delta k_z^2 \approx \frac{1}{\rho_0^2} \exp \left[-2 \left| \int_0^{\infty} v(\rho) \rho d\rho \right|^{-1} \right], \quad (68)$$

причем величина ρ_0 в рамках логики решаемой задачи подчиняется уравнению

$$|v(\rho_0)| = \delta k_z^2. \quad (69)$$

Подставляя (59) в (69), мы приходим к уравнению

$$\delta k_z^2 = \kappa_{\gamma}^2 \frac{\alpha(\rho_0)}{1 + \alpha(\rho_0)}. \quad (70)$$

решение которого несложно найти, используя приближение (46) для функции $\alpha = \alpha(\rho)$.

Из (68) ясно видно, что конечные поперечные размеры у фотона появляются из-за наличия у него электрического заряда. Имеет место полная физическая аналогия с экранировкой электрического заряда в плазме, когда вместо привычного потенциала Кулона в теории появляется экранированный потенциал, а эффективный радиус действия этого потенциала - это хорошо известный из физики плазмы радиус Дебая. В рамках этой картины квантование электромагнитного поля происходит потому, что ничтожно малый, но не равный нулю “затравочный заряд” фотона экранируется виртуальными электрон-позитронными парами, которые он “извлекает” из физического вакуума, поляризуя его. В результате этой процедуры “одевания” и возникает реальный уединенный фотон (полный аналог полярона - квазичастицы, состоящей из электрона и сопровождающего поля поляризации в твердом теле).

В самом деле, если в соотношении (56) положить $\kappa_0^2 = \mu_{\gamma}^2$, то в этом случае $\kappa_{\gamma}^2 = \eta_{\gamma}^2$. Как будет ясно из дальнейшего, величина $\sigma \sim |e_{\gamma}^{-1}|$, поэтому $\eta_{\gamma}^2 \sim |e_{\gamma}^{-1}|$. В то же время, зависимость эффективной “энергии связи” δk_z^2 от глубины квазипотенциала $v(\rho)$ является неаналитической, а “связанное состояние в двумерной потенциальной яме существует при любой ее глубине” [7]. Этот факт однозначно указывает на первопричину квантования электромагнитного поля (феномен “само-сжатия” плоских электромагнитных волн в компактные волновые пакеты - фотоны). То, что δk_z^2 является неаналитической функцией глубины квазипотенциала $v(\rho)$, эквивалентно утверждению о том, что в формуле

(68) величина e_γ стоит в числителе показателя экспоненты, как и в потенциале Дебая². Поэтому квантование электромагнитного поля можно рассматривать, как результат вызываемой “затравочным зарядом фотона” поляризации виртуальной электрон-позитронной плазмы, заполняющей физический вакуум.

К этому следует добавить, что функцию профиля фотона $\Gamma(\rho)$ невозможно найти методами теории возмущений по той же самой причине неаналитичности зависимости δk_z^2 от глубины квазипотенциала $v(\rho)$. При разложении искомых функций типа $\alpha(\rho)$ и $\Gamma(\rho)$ в ряд Лорана за все физические эффекты отвечает отрезок ряда с отрицательными степенями малого параметра теории (глубины квазипотенциала $v(\rho)$).

Наконец, рассмотрим вопрос о самосогласованности приведенных выше расчетов. В целях упрощения выкладок примем, что функция $\alpha(\rho)$ имеет вид:

$$\alpha(\rho) = \alpha_0 \cdot \exp(-\delta k_z \rho). \quad (71)$$

В этом случае условия самосогласованности задачи (30) гласит:

$$m_\gamma c^2 = \frac{1}{16\pi\sigma} \int \alpha(\rho) dV. \quad (72)$$

С другой стороны, согласно (34)

$$\alpha(\vec{\rho}) = \sigma |f_0|^2 \left[k_z^2 [\Gamma(\vec{\rho})]^2 + [\nabla_\perp \Gamma(\vec{\rho})]^2 \right], \quad (73)$$

причем, как показано выше, справедлива оценка

$$\Gamma(\rho) = \exp(-\delta k_z \rho/2), \quad (74)$$

в соответствии с которой

$$\alpha(\vec{\rho}) = \sigma |f_0|^2 \left[k_z^2 + \delta k_z^2/4 \right] \cdot \exp(-\delta k_z \rho), \quad (75)$$

Подставляя (75) в (72), и выполняя интегрирование по “объему фотона”, получаем:

$$m_\gamma c^2 = \frac{L_\gamma}{32} |f_0|^2 \left[1 + \frac{k_z^2}{\delta k_z^2} \right], \quad (76)$$

где $L_\gamma \gg \rho_0$ - “эффективная длина” фотона. Особо отметим, что неравенство $L_\gamma \gg \rho_0$ эквивалентно условию $k_z L_\gamma \gg 1$.

Эффективный радиус фотона в СПФ легко находится из соотношения (69):

$$\alpha(\rho_0) = \sigma |f_0|^2 \left[k_z^2 + \delta k_z^2/4 \right] \cdot \exp(-\delta k_z \rho_0), \quad (77)$$

откуда немедленно следует, что

$$\delta k_z^2 = \kappa_\gamma^2 \frac{\alpha(\rho_0)}{1 + \alpha(\rho_0)} \approx \kappa_\gamma^2 \alpha(\rho_0) \approx e^{-1} \kappa_\gamma^2 \quad (78)$$

²В экранированном кулоновском потенциале $qr^{-1} \exp(-rD^{-1})$ присутствует дебаевский радиус D . Для изотермической электрон-протонной плазмы $D = [kT/(8\pi n e^2)]^{1/2}$.

и при $k_z^2 = \omega^2 c^{-2} - \mu_\gamma^2$ мы получаем непротиворечивую систему оценок

$$\begin{cases} \kappa_0^2 = \mu_\gamma^2 \\ \kappa_\gamma^2 = \eta_\gamma^2 \\ \delta k_z^2 \ll k_z^2 \\ \delta k_z^2 \ll \mu_\gamma^2 \end{cases} \quad (79)$$

При переходе из СПФ в систему отсчета наблюдателя все приведенные выше соотношения претерпевают более или менее очевидные изменения. В частности, из-за лоренцевского сокращения длин “длина фотона” существенно уменьшается. Если в СПФ она была пропорциональна комптоновской длине волны фотона

$$L_\gamma \sim \lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{m_\gamma c}, \quad (80)$$

то в системе наблюдателя она становится соизмеримой с длиной электромагнитной волны, которая квантуется в результате взаимодействия с поляризованным ею физическим вакуумом. Поперечные размеры фотона также “ужимаются” из-за того, что фотон - это вовсе не абсолютно твердое тело (существование которого строго запрещено в СТО), а волновой объект, и его “поперечные размеры” - это зависящая от выбора системы отсчета характеристика волнового пакета, а не релятивистский инвариант. Поэтому, если в СПФ функция профиля фотона имеет вид $\Gamma(\rho) = \exp(-\delta k_z \rho/2)$, то при переходе в систему наблюдателя вид $\Gamma(\rho)$ несколько усложняется, но сам характер ее поведения $\Gamma(\rho) \sim \exp(-ak_z \rho)$, где k_z - продольная компонента волнового вектора фотона в системе наблюдателя, остается без изменений. Другими словами, в системе наблюдателя, как продольные, так и поперечные “размеры фотона” приблизительно равны длине световой волны, раздробившейся на отдельные кванты.

Описанный выше парадоксальный результат позволяет по-новому взглянуть на проблему “темной материи”.

Поскольку в СТО отсутствуют физически выделенные системы отсчета, постольку можно считать “темной материей” совокупность фотонов, покоящихся в системе отсчета наблюдателя. В этом случае можно отождествить гравитационное поле “темной материи” с полем сил тяготения, создаваемым “мертвыми фотонами”, покоящимися в системе наблюдателя, а электромагнитное поле этих фотонов связать с “темной энергией”.

Не исключено, что существование реликтового излучения и эффект “красного смещения” также могут быть, по крайней мере, частично, объяснены не в рамках модели Большого Взрыва и разбегания галактик, а на базе идей, изложенных в настоящей работе.

Поясним это более подробно. Из вышеизложенного следует, что физический вакуум, в том смысле, в котором он понимается в настоящей работе, имеет показатель преломления n , не равный единице ($n > 1$). В то же время хорошо известно, что дисперсионные

соотношения являются одной из форм записи принципа причинности в физике. В соответствии с этим вид зависимости $n = n(\omega)$ можно установить на основе дисперсионного соотношения для показателя преломления в материальной среде [16]:

$$\operatorname{Re}(n(\omega) - n(0)) = P \int_0^\infty \frac{2\omega'^2 \operatorname{Im}(n(\omega'))}{\pi\omega'((\omega')^2 - \omega^2)} d\omega', \quad (81)$$

где ω - частота фотона, причем $n(0) = 1$. Из соотношения (81) вытекают чрезвычайно важные следствия. Наиболее важное из них - это то, что физический вакуум является не только преломляющей, но и поглощающей средой. "Поглощению" фотона физическим вакуумом соответствует потеря фотоном части энергии, импульса, массы и заряда в результате его распада на 2 фотона за счет слабого взаимодействия [13] [14] [15]. Поэтому эффект "красного смещения" можно объяснить не только "разбеганием Галактик", но и гораздо более прозаичным "трением" фотона о физический вакуум, в результате которого "жесткие" фотоны испытывают "красное смещение", а "мягкие" образуют реликтовое излучение. Диссипативность физического вакуума, как материальной среды, влечет за собой такие фундаментальные следствия, как:

- 1) Нарушение строгой T -инвариантности в микромире.
- 2) Однонаправленность течения времени на всех уровнях организации материи.
- 3) Нарушение CP -инвариантности.
- 4) Асимметрия распространенности вещества и антивещества во Вселенной.

Все перечисленные эффекты многократно проверены, частично, на основе наблюдательных данных, частично - в прямом эксперименте. Таким образом, поиск причин квантования приводит нас к выводу о необходимости внесения большого числа корректив в современную космологию и космогонию.

В заключение добавим, что для того, чтобы уточнить "космологическую нишу", занимаемую изложенной в настоящей работе теорией, необходимо оценить время жизни фотонов в физическом вакууме. Для этого воспользуемся астрофизическими данными.

Хорошо известно, что энергия фотона связана с его частотой формулой Планка $\varepsilon_\gamma = \hbar\omega$.

Постулируем, что в оптическом диапазоне длин волн зависимость начальной энергии фотона в системе отсчета наблюдателя (сотрудника обсерватории) от его (фотона) массы с приемлемой степенью точности (т.е., с точностью до поправок на эффект Доплера) является однозначной и линейной

$$m_\gamma c^2 = \delta\hbar\omega, \quad (82)$$

причем $\delta\hbar \ll \hbar$. Дело в том, что для каждого фотона существует астрофизическая система отсчета (АСО) - та, в которой он родился. Поскольку речь идет об астрофизических следствиях теории, постольку имеется

две физически выделенные системы отсчета - АСО и система земного наблюдателя, и никакого произвола с выбором ИСО нет, и быть не может, так как речь идет о наблюдательных данных космологического масштаба. Поэтому в АСО масса фотона с точностью до соотношения неопределенностей Гейзенберга однозначно связана с его энергией.

Вопрос о том, каков вид функции распределения

$$\delta\hbar = \delta\hbar(m_\gamma), \quad (83)$$

выходит за рамки настоящей работы. На данном этапе рассмотрения логично считать, что функция распределения (83) является распределением Планка. Однако для астрофизических оценок можно использовать соотношение (82) для средних значений. То есть, далее под m_γ мы будем понимать $\langle m_\gamma \rangle$, а под $\delta\hbar$ - величину $\langle \delta\hbar \rangle$.

Предположение (82) нарушает лоренц-инвариантность теории, однако это отклонение от преобразований Лоренца не превосходит поправок, обусловленных наличием сил тяготения, приводящих к отличию геометрии пространства-времени в общей теории относительности от геометрии пространства Минковского. В соответствии с этим полагая, что

$$p_z = \hbar k_z \quad (84)$$

и принимая во внимание соотношение (70), получаем,

$$\varepsilon_\gamma^2 = c^2 \hbar^2 (k_z^{(0)})^2 + \left(\frac{\delta\hbar}{\hbar}\right)^2 \varepsilon_\gamma^2 = c^2 \hbar^2 (k_z^{(0)} + \delta k_z)^2, \quad (85)$$

где $k_z^{(0)} = \omega/c$. В оптическом диапазоне (в зеленой области спектра) $\lambda = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Этой длине волны соответствует частота $\omega = 2\pi c/\lambda \sim 4 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ и энергия $\varepsilon \sim 2 \text{ эВ}$.

В работах [1] [13] [14] [15] было показано, что для фотонов оптического диапазона $m_\gamma c^2 \approx 10^{-32} \text{ эВ}$. В соответствии с этим мы получаем оценку

$$\delta\hbar/\hbar \sim 0.5 \cdot 10^{-32}. \quad (86)$$

Кроме того, в [13] [14] [15] показано, что фотон в СПФ излучает, как абсолютно черное тело. При этом надо учесть, что в системе наблюдателя энергия фотона соответствует температуре торможения T^* , а в СПФ - температуре T . С учетом этого обстоятельства

$$\frac{d(m_\gamma c^2)}{dt} = -\sigma_{St-B} T^4 s_{ph} \quad (87)$$

где σ_{St-B} - постоянная Стефана-Больцмана, а s_{ph} - эффективная площадь поверхности фотона в СПФ. В соответствии с этим

$$\delta\hbar c \frac{d\omega}{cdt} = -\sigma_{St-B} (\delta\hbar\omega k^{-1})^4 s_{ph}, \quad (88)$$

причем $s_{ph} \approx \lambda_{prf}^2$. Из (88) немедленно следует, что

$$\delta\hbar c \frac{d\omega}{dl} = -\sigma_{St-B} (\delta\hbar\omega k^{-1})^4 \lambda^2, \quad (89)$$

и, следовательно

$$\frac{d\omega}{dl} = -\delta\hbar\sigma_{St-B}k^{-4}\hbar^2c\omega^2 \quad (90)$$

Учитывая приближенный характер всех соотношений, уравнение (90) логично записать в конечных разностях:

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \delta\hbar\sigma_{St-B}k^{-4}\hbar^2c\omega_0l \quad (91)$$

Постоянная Стефана-Больцмана имеет вид:

$$\sigma_{St-B} = \frac{\pi^2k^4}{60c^2\hbar^3}. \quad (92)$$

Подставляя (92) в (91), мы немедленно приходим к соотношению

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{\delta\hbar}{\hbar} \frac{\pi^2\omega_0}{60c}l, \quad (93)$$

формально совпадающему с законом Хаббла

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{H_{theor}}{c}l, \quad (94)$$

причем для фотонов оптического диапазона теоретическое значение постоянной Хаббла приблизительно равно

$$H_{theor} = \frac{\delta\hbar}{\hbar} \frac{\pi^2}{60}\omega_0 \approx 0.3 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}, \quad (95)$$

в то время как экспериментальное значение постоянной Хаббла равно [4]

$$H_{exp} \sim 0.25 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}, \quad (96)$$

что позволяет говорить о прекрасном согласии теории и эксперимента.

VII. Выводы

Резюмируем вышесказанное следующим образом.

- 1) Электромагнитное поле квантуется в результате самоорганизации электромагнитных волн в фотоны в среде с нелинейной поляризуемостью.
- 2) Квант электромагнитного поля – фотон – является массивной заряженной частицей.
- 3) Масса покоя фотона однозначно связана с его энергией в той системе отсчета, в которой он родился (т.е., в системе центра инерции “фотон плюс электрон отдачи”), и может варьироваться в широких пределах $10^{-33} \text{ eV} < m_\gamma c^2 < 10^{-21} \text{ eV}$.
- 4) Заряд фотона равен $e_\gamma \sim (10^{-11} - 10^{-15}) \cdot e_e$.
- 5) Массы и заряды всех известных элементарных частиц являются квазиконстантами. Они могут варьироваться в пределах, допускаемых соотношением неопределенностей Гейзенберга.
- 6) Потенциалы электромагнитного поля являются наблюдаемыми величинами.
- 7) Феномен корпускулярно-волнового дуализма полностью объясняется тем фактом, что фотон имеет массу, заряд и протяженность.

- 8) Конечные размеры фотона (приблизительно, длина волны) полностью согласуются с соотношением неопределенностей, и, в какой-то мере, обосновывают его.
- 9) Эффект “красного смещения” может быть связан не только с разбеганием галактик, но и с диссипативностью физического вакуума, приводящей к “покраснению” фотона по закону Хаббла.
- 10) Дано качественное объяснение феномена однонаправленности течения времени и асимметрии распространения вещества и антивещества во Вселенной.
- 11) Сформулирована гипотеза о физической природе “темной материи” и “темной энергии”.
- 12) Открытие бозона Хиггса [17] означает, что Стандартная модель сохраняет предсказательную силу вплоть до энергий порядка десятков ТэВ. Поэтому все результаты настоящей работы следует рассматривать не как предложение изменить существующие схемы расчетов в локальной квантовой теории поля, а как обоснование постулатов, ранее принимавшихся на веру в качестве первых принципов физики, и оценку границ применимости современной физической картины космоса и микромира.

VIII. Благодарности

Выражаю глубокую благодарность моим коллегам и друзьям В.И. Фурману, С.Г. Кадменскому и А.М. Зубриллину за неоценимую помощь в работе, а также моей семье, жене Е.В. Ратис и сыну Г.Ю. Ратису за неизменную моральную поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Spavieri G., Quintero J., Gillies G.T., and Rodriguez M. A survey of existing and proposed classical and quantum approaches to the photon mass. *Eur. Phys. J.*, D 61:531–550, 2011.
- [2] В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Квантовая электродинамика. Теоретическая физика, т.4.* Наука, Москва, 1989.
- [3] Максвелл Дж.К. *Трактат об электричестве и магнетизме. т.2.* Наука, Москва, 1989.
- [4] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теория поля. Курс теоретической физики. т.2.* Наука, Москва, 1973.
- [5] Ефимов Г.В. *Нелокальные взаимодействия квантованных полей.* Наука, Москва, 1977.
- [6] Nakamura K. et al. Particle data group. *J. Phys.*, G21:075021, 2010.
- [7] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Курс теоретической физики. Т.3.* Наука, Москва, 1989.
- [8] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. *Квантовая электродинамика.* Наука, Москва, 1981.
- [9] Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. *Введение в теорию квантованных полей.* Наука, Москва, 1984.
- [10] Ньютон И. *Математические начала натуральной философии.* Наука, Москва, 1989.
- [11] Эйнштейн А. Проект обобщенной теории относительности и теории тяготения. *Z. Math. und Phys.*, 62:225–261, 1913.
- [12] Логунов А.А. *Релятивистская теория гравитации.* Наука, Москва, 2006.
- [13] Ратис Ю.Л. Дисперсия, поглощение и генерация электромагнитных волн в вакууме. *Известия СНЦ РАН*, 9(3):570–583, 2007.

- [14] Ратис Ю.Л. Дисперсия и поглощение электромагнитных волн в физическом вакууме. *Компьютерная оптика*, 31(3):93–104, 2007.
- [15] Ратис Ю.Л. *Основы нелинейной спинорной электродинамики*. Издательство СНЦ РАН, Самара, 2008.
- [16] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред. Курс теоретической физики. Т.8*. Наука, Москва, 1992.
- [17] CERN experiments observe particle consistent with long-sought Higgs boson. Press release CERN. 04.07.2012.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ³

Для общей формулировки теории электромагнитного поля и изучения различных процессов его взаимодействия с электронами удобнее всего пользоваться методом вторичного квантования. Этот метод заключается в том, что 4-потенциал $A_\mu(x)$ и соответственно поля $\vec{E}(x)$ и $\vec{H}(x)$ рассматриваются не как обычные величины (c -числа), а как операторы (q -числа), подчиняющиеся определенным перестановочным соотношениям.

Эти операторы действуют на вектор состояния Φ , описывающий состояние электромагнитного поля как некоторой обобщенной квантовомеханической системы. Вектор состояния Φ определяется в пространстве чисел частиц (фотонов) и не зависит от координат, функциями которых являются только операторы поля. Можно определить Φ так, чтобы он не зависел и от времени. Тогда Φ (а также $\vec{E}(x)$ и $\vec{H}(x)$) представляют собой операторы полей в гейзенберговском представлении.

Если представить $A_\mu(x)$ (а также $\vec{E}(x)$ и $\vec{H}(x)$) в виде суперпозиции волн, каждая из которых удовлетворяет уравнениям Максвелла, то операторные, т.е. квантовые, свойства должны нести амплитуды этих волн.

Будем исходить из разложения $A_\mu(x)$ на плоские волны

$$A_\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}, \lambda} \frac{1}{\sqrt{2\omega}} e_\mu^{(\lambda)} \left[c_{\vec{k}\lambda} e^{ikx} + c_{\vec{k}\lambda}^+ e^{-ikx} \right] \quad (97)$$

тогда q -числами будут амплитуды $c_{\vec{k}\lambda}$ и $c_{\vec{k}\lambda}^+$. Условия коммутации, накладываемые на амплитуды суперпонируемых волн, должны приводить к правильной корпускулярной картине электромагнитного поля. Это значит, что энергия, импульс и проекция момента импульса электромагнитного поля должны быть равны сумме энергий, импульсов и проекций моментов импульса отдельных частиц, квантов электромагнитного поля – фотонов. Мы покажем, что эти условия будут выполнены, если амплитуды $c_{\vec{k}\lambda}$ и $c_{\vec{k}\lambda}^+$ удовлетворяют перестановочным соотношениям:

³Настоящая работа адресована чрезвычайно широкому кругу читателей. Поэтому теория квантования свободного электромагнитного поля приводится в справочных целях, и дословно следует монографии [8].

$$\begin{cases} [c_{\vec{k}\lambda}, c_{\vec{k}'\lambda'}^+] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \cdot \delta_{\lambda\lambda'}, \\ [c_{\vec{k}\lambda}, c_{\vec{k}'\lambda'}] = [c_{\vec{k}\lambda}^+, c_{\vec{k}'\lambda'}^+] = 0, \end{cases} \quad \lambda, \lambda' = 1, 2, 3, 4 \quad (98)$$

где $[A, B] = AB - BA$, и в соответствии с вещественностью $\vec{A}(x)$ и равенством $A_0(x) = \frac{1}{i} A_4(x)$ предполагается, что операторы $c_{\vec{k}j}$ и $c_{\vec{k}j}^+$ ($j = 1, 2, 3$), а также операторы $c_{\vec{k}0} = -ic_{\vec{k}4}$ и $c_{\vec{k}0}^+ = -ic_{\vec{k}4}^+$ эрмитово-сопряжены.

Из этих соотношений, представляющих собой условия квантования электромагнитного поля, вытекает, прежде всего, что собственными значениями $N_{\vec{k}j}$ операторов $c_{\vec{k}j}^+ c_{\vec{k}j}$ являются целые положительные числа и нуль. Далее из них легко найти матричные элементы $c_{\vec{k}j}$ и $c_{\vec{k}j}^+$:

$$\begin{cases} \langle N_{\vec{k}\lambda} - 1 | c_{\vec{k}\lambda} | N_{\vec{k}\lambda} \rangle = \sqrt{N_{\vec{k}\lambda}} \\ \langle N_{\vec{k}\lambda} + 1 | c_{\vec{k}\lambda}^+ | N_{\vec{k}\lambda} \rangle = \sqrt{N_{\vec{k}\lambda} + 1} \end{cases} \quad (99)$$

Используя эти формулы, легко убедиться, что

$$c_{\vec{k}\lambda} \Phi_{N_{\vec{k}\lambda}} = \sqrt{N_{\vec{k}\lambda}} \cdot \Phi_{N_{\vec{k}\lambda}-1}, \quad c_{\vec{k}\lambda}^+ \Phi_{N_{\vec{k}\lambda}} = \sqrt{N_{\vec{k}\lambda} + 1} \cdot \Phi_{N_{\vec{k}\lambda}+1} \quad (100)$$

где $\Phi_{N_{\vec{k}\lambda}}$ – собственная функция оператора $c_{\vec{k}\lambda}^+ c_{\vec{k}\lambda}$.

Формулы (99) и (100) относятся к $\lambda = 1, 2, 3$. При $\lambda = 4$ первое из квантовых условий (98) можно переписать в виде $[c_{\vec{k}0}^+, c_{\vec{k}0}] = 1$, где $c_{\vec{k}0} = -ic_{\vec{k}4}$ и $c_{\vec{k}0}^+ = -ic_{\vec{k}4}^+$ – оператор, эрмитово-сопряженный по отношению к $c_{\vec{k}0}$. Из этого условия следует, что собственными значениями оператора $c_{\vec{k}\lambda}^+ c_{\vec{k}\lambda}$ являются целые положительные числа, включая нуль, а отличные от нуля матричные элементы операторов $c_{\vec{k}\lambda}$ и $c_{\vec{k}\lambda}^+$ равны

$$\langle N_{\vec{k}4} + 1 | c_{\vec{k}0} | N_{\vec{k}4} \rangle = \sqrt{N_{\vec{k}4} + 1}, \quad \langle N_{\vec{k}4} - 1 | c_{\vec{k}0}^+ | N_{\vec{k}4} \rangle = \sqrt{N_{\vec{k}4}}$$

Обратим внимание на то, что при переходе от $\lambda = 1, 2, 3$ к $\lambda = 4$ меняется роль операторов $c_{\vec{k}\lambda}$ и $c_{\vec{k}\lambda}^+$: $c_{\vec{k}0}$ ведет себя не как $c_{\vec{k}j}$ ($j = 1, 2, 3$), а как $c_{\vec{k}j}^+$, и $c_{\vec{k}0}^+$ – как $c_{\vec{k}j}$.

Перейдем к нахождению возможных значений энергии и импульса электромагнитного поля. Определим операторы, соответствующие этим величинам. В классической электродинамике, используя разложение потенциалов на плоские волны, можно выразить энергию H и импульс $\vec{P}$ поля через амплитуды $c_{\vec{k}\lambda}$, $c_{\vec{k}\lambda}^+$:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \lambda} \omega \left[c_{\vec{k}\lambda} c_{\vec{k}\lambda}^+ + c_{\vec{k}\lambda}^+ c_{\vec{k}\lambda} \right] \\ \vec{P} &= \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \lambda} \vec{k} \left[c_{\vec{k}\lambda} c_{\vec{k}\lambda}^+ + c_{\vec{k}\lambda}^+ c_{\vec{k}\lambda} \right] \end{aligned}$$

Представляется естественным считать эти выражения, в которых λ принимает все четыре значения, определениями операторов энергии и импульса в квантовой электродинамике, понимая под $c_{\vec{k}\lambda}$, $c_{\vec{k}\lambda}^+$ не c -числа, а операторы, подчиняющиеся перестановочным соотношениям (98).

Введя в определение операторов энергии и импульса электромагнитного поля амплитуды $c_{\vec{k}3}$ и $c_{\vec{k}4}$, соответствующие продольным и скалярным колебаниям, мы должны потребовать, чтобы эти колебания не вносили вклада в возможные значения энергии и импульса поля. В классической электродинамике это достигается дополнительным условием, накладываемым на потенциалы, в квантовой же электродинамике такое условие несовместимо с независимостью операторов $c_{\vec{k}3}$ и $c_{\vec{k}4}$.

Дополнительное условие для квантованного поля можно сформулировать в виде условия, накладываемого не на операторы $c_{\vec{k}3}$ и $c_{\vec{k}4}$, а на векторы состояний электромагнитного поля Φ . Именно, мы будем предполагать допустимыми только такие векторы состояний Φ , в применении к которым часть оператора $\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)$, содержащая положительные частоты (члены типа e^{ikx}), дает нуль. Обозначая эту часть оператора $\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)$ через $\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)\right)_+$, запишем дополнительное условие в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)\right)_+ \Phi = 0 \quad (101)$$

или

$$\sum_{\vec{k}} \sqrt{\omega} [c_{\vec{k}3} + ic_{\vec{k}4}] e^{ikx} \Phi = 0,$$

откуда следует, что функция Φ при всех $\vec{k}$ должна удовлетворять условиям

$$[c_{\vec{k}3} + ic_{\vec{k}4}] \Phi = 0, \quad (102)$$

а, следовательно, и условиям $\Phi^* c_{\vec{k}3}^+ + ic_{\vec{k}4}^+ = 0$. Иными словами, функция Φ наряду с условием (101) удовлетворяет условию

$$\Phi^* \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)\right)_- = 0 \quad (103)$$

где $\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)\right)_-$ - часть оператора $\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)$, содержащая отрицательные частоты (члены типа e^{-ikx}).

Умножив скалярно дополнительное условие (101) слева на Φ^* , а сопряженное условие (103) справа на Φ , получим, сложив эти выражения,

$$\left(\Phi, \frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x) \Phi\right) \equiv \left\langle \frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x) \right\rangle = 0$$

где $\langle L \rangle \equiv (\Phi, L\Phi)$ обозначает среднее значение оператора L в состоянии Φ .

Мы видим, что в квантовой электродинамике обращается в нуль не $\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)$, чего нельзя требовать, а среднее значение оператора $\frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu(x)$ в состоянии Φ .

Из сформулированных условий следует, что

$$(\Phi, (c_{\vec{k}3}^+ c_{\vec{k}3} + c_{\vec{k}4}^+ c_{\vec{k}4}) \Phi) = \langle c_{\vec{k}3}^+ c_{\vec{k}3} \rangle + \langle c_{\vec{k}4}^+ c_{\vec{k}4} \rangle = 0$$

Именно благодаря этому соотношению исчезают средние значения тех частей операторов энергии и импульса, которые связаны с продольными и скалярными колебаниями, и мы можем рассматривать только поперечные колебания. Замечая, что $c_{\vec{k}\lambda} c_{\vec{k}\lambda}^+ = c_{\vec{k}\lambda}^+ c_{\vec{k}\lambda} + 1$ и обозначая через $N_{\vec{k}\lambda}$ собственные значения оператора $c_{\vec{k}\lambda}^+ c_{\vec{k}\lambda}$, найдем возможные значения энергии и импульса электромагнитного поля:

$$\mathcal{E} = \sum_{\vec{k}, \lambda=1,2} \omega \left(N_{\vec{k}\lambda} + \frac{1}{2} \right), \quad \vec{P} = \sum_{\vec{k}, \lambda=1,2} \vec{k} \left(N_{\vec{k}\lambda} + \frac{1}{2} \right). \quad (104)$$

Если отвлечься от несущественных бесконечных сумм $\frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \lambda=1,2} \omega$ и $\frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \lambda=1,2} \vec{k}$, то энергия и импульс поля действительно выражаются в виде суммы энергий и импульсов отдельных частиц - фотонов, причем целое число $N_{\vec{k}\lambda}$ представляет собой число фотонов с импульсом $\vec{k}$ и поляризацией λ ($\lambda = 1, 2$).

Энергия поля имеет наименьшее значение, когда числа фотонов равны нулю. Это наимизшее энергетическое состояние поля называется состоянием вакуума электромагнитного поля.